



Stjepan Mohorovičić, an early advocate of Milutin Milanković's theory of climate change

Mirko Orlić

Andrija Mohorovičić Geophysical Institute

Faculty of Science

University of Zagreb

One of the first papers
published by M. Milanković
(*Rad JAZU*, 200, 1913, 109–131)

O primjeni matematičke teorije sprovođenja toplote na probleme kosmičke fizike.

*Primljeno u sjednici razreda matematičko-prirodoslovnoga Jugoslavenske
akademije znanosti i umjetnosti dne 12. jula 1913.*

NAPISAO DR. MILUTIN MILANKOVIĆ.

Matematička teorija sprovođenja toplote uživala je od postanka svoga¹ osobitu pažnju matematikâ, te je ubrzo postala zajednička oblast čiste matematike i teorijske fizike. Iz nje se razvila teorija Fourierovih redova i Fourierovih integrala, a znatan dio radova, koji se bave tom teorijom, ima više matematičkoga interesa negoli fizikalnoga. Jedan pogled na prijelom glavnije literature o tome predmetu uvjerava nas o tome². Interesantno je međutim, da se baš u početku razvitka te teorije veoma mnogo očekivalo od njenih praktičnih primjena. Kada je Fourier svoju matematičku teoriju primijenio na geofizikalni problem hlađenja zemaljske kugle³, ta su njegova ispitivanja, kojih direktna praktična vrijednost nije mogla biti velika zbog nepoznavanja fizikalnih prilika u unutrašnjosti zemlje, dočekali s velikim interesom geofizičari⁴. Toga interesa nije ni dandanas sasvim nestalo, i ako se sada bolje avidaju teškoće ispitivanja gornjega fenomena. *W. Thomson* (*Lord Kelvin*) se uz primjenu Fourierove

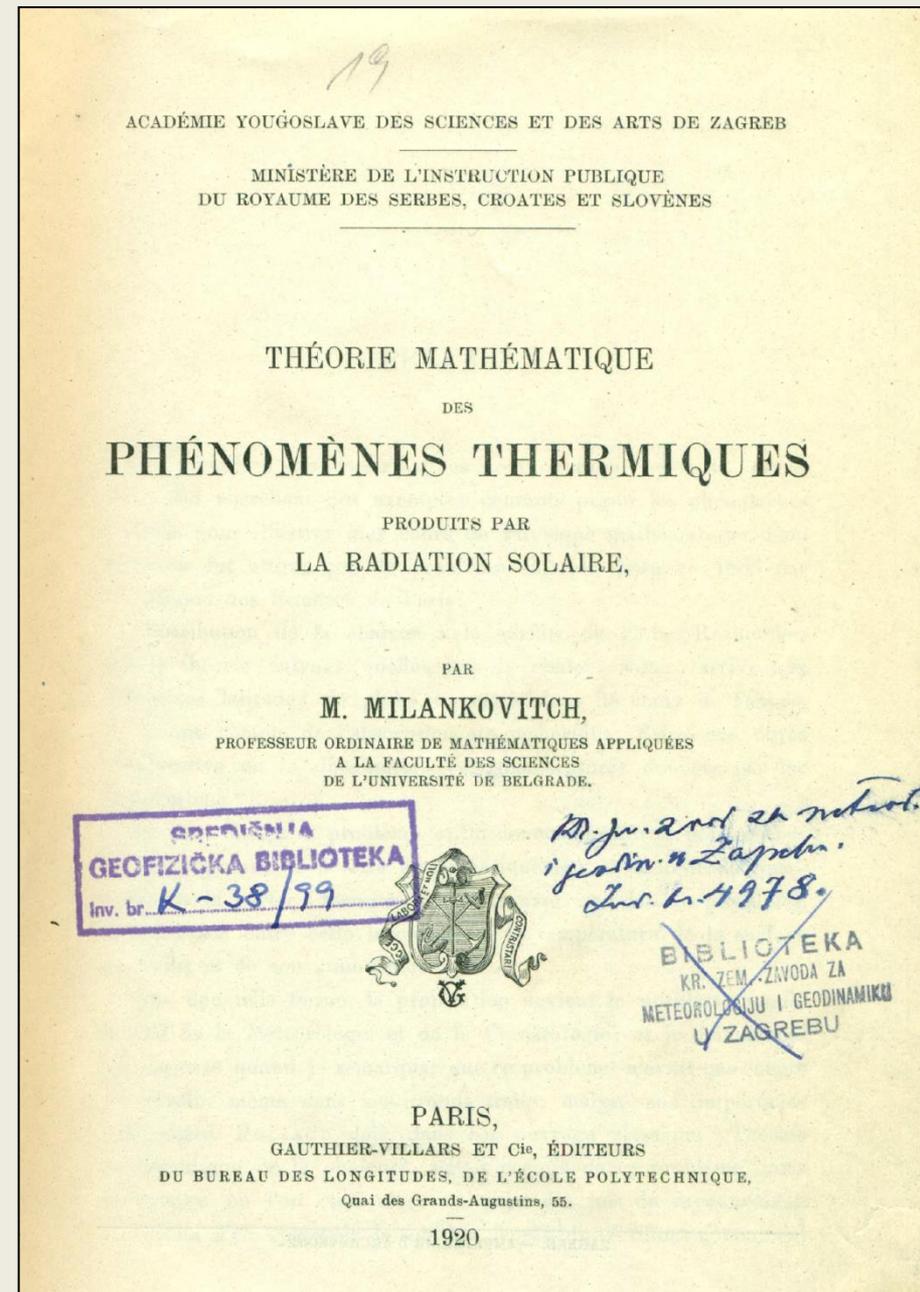
¹ O počecima njenim, koji datiraju od godine 1804., vidi: *Encyclopädie der mathematischen Wissenschaften*, Bd. V, Artikel 1. „Wärmeleitung“ von *Hobson* und *Diesselhorst* pag. 165. ff.

² Važniji radovi o matematičkoj teoriji sprovođenja toplote navedeni su prijelomno u *Winkelmann*, *Handbuch der Physik*, zweite Auflage, Bd. III, Leipzig 1906, pag. 444. ff.

³ *Oeuvres de Fourier*, Tome II, Paris 1890.

⁴ *Resal*, *Traité de Physique mathématique*, 2. Éd. Tome II, Paris 1888, navodi (str. 48.), da je slavni geolog ondašnjega doba *E. de Beudant* pripisivao veliku važnost ispitivanju Fourierovu.

The first book published by
M. Milanković (on the basis of
positive reviews provided by
V. Varićak and A. Mohorovičić)



S. Mohorovičić's report on the first book (*Meteorologische Zeitschrift*, 38, 1921, 315–319)

schräg abwärts bewegte, einen feurigen Streifen von schätzungsweise 20 cm Breite hinterlassend, von rötlich gelber Farbe. Der von mir beobachtete Teil der Erscheinung dauerte etwa 3 Sek. Wiederum etwa 3 Sek. nach dem — etwa 6 m oberhalb der Erdoberfläche — erfolgenden Verlöschen der Lichterscheinung gab es einen ungeheuren Knall, so stark, daß ich, gegen Blitzschläge keineswegs schreckhaft, von Herzklopfen befallen wurde. Dem Knall folgte ganz kurzes Rollen. Etwa eine Viertelstunde später bemerkte ich bei anhaltend starkem Regen im Süden noch einen grellen Blitz von violetter Farbe; sonst keine Entladung mehr.
H. Stade.

Literaturbericht.

Milankovitch, M.: Theorie mathématique des phénomènes thermiques produits par la radiation solaire. (Acad. Yougoslave des sc. et des arts de Zagreb.) Paris, Gauthier-Villars, 1920. 8°. 339 S. — Deutscher Auszug in Bull. der südslaw. Akad. d. Wiss. in Zagreb. Bd. 13/14, S. 27—52, 1920.

Vor kurzer Zeit ist ein sehr beachtenswertes Buch von M. Milanković, Professor der angewandten Mathematik an der Universität zu Belgrad, erschienen, in welchem auf Grund physikalischer Gesetze der mathematische Zusammenhang zwischen dem Bestrahlungs- und dem Temperaturzustand der Planeten mit Berücksichtigung ihrer Atmosphären behandelt ist. In aller Kürze sollen der Inhalt und die wichtigsten Resultate dieser Theorie hier bekanntgegeben werden.

I. Bezeichnen wir mit a_0 die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne und mit I_0 die Solarkonstante, dann ist die Intensität der Sonnenstrahlung in einer Entfernung ϱ von der Sonne $I = \left(\frac{a_0}{\varrho}\right)^2 I_0$. Dies gilt nur für jene Stellen der Erdoberfläche, welche die Sonne im Zenit haben; die allgemeine Lösung ist nach Formeln der sphärischen Astronomie möglich. Etwas schwieriger sind die zeitlichen Änderungen der Verteilung der Sonnenstrahlung auf der Oberfläche des Planeten in Rechnung zu ziehen. Dazu gehören die täglichen und jährlichen Änderungen, hervorgerufen durch die Rotation und durch die Bahn des Planeten, dann die säkularen Änderungen, hervorgerufen durch die säkularen Variationen der Bahn- und Rotationsperiode. Der Einfluß der Atmosphäre auf die Sonnenstrahlung berechnet Milanković dadurch, daß er die bekannten Gesetze von Bouguer-Lambert und von Beer auf die gesamte Sonnenstrahlung erstreckt.

Um auch den Temperaturzustand der Planetenoberfläche berechnen zu können, muß man die Wärmeleitung im Boden und die Ausstrahlung der Planetenoberfläche in die Rechnung ziehen; für das erste wird die Fouriersche Theorie und für das letzte das kombinierte Kirchhoff-Stefan-Boltzmannsche Gesetz angewendet. Das führt zu einem der wichtigsten Resultate der Milankovićschen Theorie, nämlich zu dem Zusammenhang zwischen der mittleren Temperatur der Planetenoberfläche und der Rotationsdauer des Planeten: Die mittlere Temperatur der Planetenoberfläche nimmt mit zunehmender Rotationsdauer des Planeten ab, und zwar so, daß sie bei Fehlen der Rotation nur 56 Proz. jener mittleren Temperatur ausmacht, welche die Planetenoberfläche bei unendlich kleiner Rotationsdauer besitzen würde. Bei der Betrachtung des Einflusses der Atmosphäre des Planeten auf seinen Temperaturzustand werden nur die Höhe über der ebenen Planetenoberfläche, aber keine dynamischen Vorgänge berücksichtigt. Enthält die Atmosphäre mehrere Gase, welche die dunkle Ausstrahlung der Planetenoberfläche absorbieren, so können in gewissen Höhen Temperaturinversionen auftreten. Die Temperaturoszillationen pflanzen sich von der Planetenoberfläche aus in die Höhe mit abnehmender Amplitude fort, aber unter Beibehaltung ihrer Periode.

Dies ist der wesentliche Inhalt des mathematischen Teiles, welcher klar und sehr durchsichtig geschrieben ist.

II. Der zweite Teil enthält die Anwendung der Theorie und die numerischen Resultate; er „hat den Zweck, den Nichtmathematikern, namentlich Meteorologen, die Ergebnisse des Werkes in übersichtlicher Form darzubieten“. Da in neuester Zeit (1913) die Solarkonstante und der mittlere Transmissionskoeffizient der Erdatmosphäre von Abbot und Fowle mit großer Genauigkeit bestimmt wurden, so wurde es Milanković möglich, das mathematische

Klima unserer Erde abzuleiten und die wichtigsten Schlüsse über das Klima der vier inneren Planeten und unseres Mondes zu ziehen.

a) Wenn unsere Erde keine Atmosphäre hätte und überall mit einer festen Oberfläche bedeckt wäre, dann würde die Oberfläche die folgenden mittleren jährlichen Temperaturen der Breitenkreise aufweisen:

| | | | | | | | | | | |
|----------------------------|------|------|------|------|-----|------|-------|-------|-------|-------|
| Geogr. Breite | 0° | 10° | 20° | 30° | 40° | 50° | 60° | 70° | 80° | 90° |
| Temperatur in °C | 26.4 | 25.4 | 22.2 | 16.9 | 9.3 | -0.7 | -13.0 | -24.6 | -30.7 | -32.7 |

Die mittlere jährliche Temperatur der ganzen Erdoberfläche wäre +10.4°C. Die mittlere tägliche Temperaturschwankung am Äquator wäre:

| | | | | | | | | |
|----------------------------|-----------|----------------|----------------|----------------|--------|----------------|----------------|----------------|
| Stunde | Mittlern. | 3 ^h | 6 ^h | 9 ^h | Mittag | 3 ^h | 6 ^h | 9 ^h |
| Temperatur in °C | 8,5 | 3,4 | -0,1 | 26,2 | 57,8 | 62,3 | 33,9 | 17,5 |

Um den Einfluß der Atmosphäre zu berücksichtigen, wird angenommen, daß 40 Proz. der gesamten Sonnenstrahlung in den Weltraum reflektiert wird. So berechnet Milanković folgende mittleren jährlichen Temperaturen der Breitenkreise für eine windstille Atmosphäre auf der Erdoberfläche:

| | | | | | | | | | | |
|----------------------------|------|------|------|------|------|-----|-------|-------|-------|-------|
| Geogr. Breite | 0° | 10° | 20° | 30° | 40° | 50° | 60° | 70° | 80° | 90° |
| Temperatur in °C | 32.8 | 31.6 | 28.2 | 22.1 | 13.7 | 2.6 | -10.9 | -24.1 | -32.0 | -34.8 |

Vergleicht man diese Resultate mit denjenigen, welche aus den Beobachtungen berechnet sind (vgl. J. v. Hann, Lehrbuch der Meteorologie, 3. Aufl., S. 141):

| | | | | | | | | | | |
|-------------------------------|------|------|------|------|------|-----|------|-------|-------|-------|
| Geogr. Breite | 0° | 10° | 20° | 30° | 40° | 50° | 60° | 70° | 80° | 90° |
| Nördliche Halbkugel | 26.3 | 26.8 | 25.3 | 20.4 | 14.1 | 5.8 | -1.1 | -10.7 | -17.1 | -22.7 |
| Südliche „ | 26.3 | 25.5 | 23.0 | 18.4 | 11.9 | 5.4 | -3.2 | -12.0 | -20.6 | -25.0 |

so sieht man, daß die Luftströmungen die mittleren Temperaturen der niederen Breitenkreise erniedrigen und jene der höheren Breitenkreise erhöhen. Dies hat aber keinen Einfluß auf die mittlere jährliche Temperatur der ganzen Erdoberfläche, weil aus den Beobachtungen +15.3°C sich ergibt, dagegen folgt aus den berechneten Werten +15.2°C. Die Glashauswirkung der Erdatmosphäre mindert besonders die mittlere tägliche Temperaturschwankung, jedoch ist ihre gesamte Wirkung viel geringer, als bis jetzt angenommen wurde.

Es ist ein großes Verdienst von Milanković, daß er die Grundidee von R. Emden u. a., daß die Strahlungsvorgänge die ausschlaggebenden Faktoren für den vertikalen Aufbau der Erdatmosphäre sind, weiter ausgebaut hat. Für eine trockene, im Strahlungsgleichgewicht befindliche Luftatmosphäre, welche bis 40 km Höhe ungefähr 98 Proz. an Stickstoff und Sauerstoff besitzt, findet er:

| | Temperatur in °C. | | | | | | | | | |
|-----------------------------------|-------------------|-----|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Höhe in km: | 0 | 0.5 | 1 | 1.5 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Berechnet (Milanković) | 10.5 | 7.0 | 4.1 | 1.2 | -1.5 | -6.9 | -11.8 | -16.9 | -22.0 | -26.4 |
| Beobachtet (A. Wegener) | 10.5 | 7.4 | 4.9 | 2.5 | 0.1 | -5.0 | -10.7 | -16.9 | -23.7 | -30.8 |
| Berechnet (R. Emden) | 15.0 | 6.0 | -2.9 | -9.0 | -15.4 | -26.5 | -35.5 | -41.7 | -46.0 | -49.2 |

| | Temperatur in °C. | | | | | | | | | |
|-----------------------------------|-------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----|
| Höhe in km: | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 12 |
| Berechnet (Milanković) | -38.7 | -34.8 | -38.2 | -41.4 | -44.1 | -46.8 | -48.3 | -51.3 | -53.2 | |
| Beobachtet (A. Wegener) | -38.0 | -44.4 | -49.6 | -52.8 | -54.2 | -54.4 | -54.4 | -54.3 | -54.0 | |
| Berechnet (R. Emden) | -52.0 | -53.9 | -55.0 | -55.9 | -56.2 | -56.5 | -56.6 | -56.7 | -56.7 | |

Die Werte von Milanković und Emden¹⁾ habe ich mittels der graphischen Interpolation für die ganzzahligen Höhenkilometer berechnet, um sie mit den Wegenerischen Werten (Thermodynamik der Atmosphäre, 1911, S. 129) vergleichen zu können. Man sieht sofort, daß die Milankovićschen Werte für trockene Atmosphäre mit jenen Werten, welche A. Wegener aus Beobachtungen bestimmt hat, viel besser übereinstimmen als jene, welche R. Emden für unsere ziemlich wasserdampfreiche Atmosphäre berechnet hat. Aber Milanković ist noch weiter gegangen, indem er zeigt, daß infolge des Vorhandenseins des atmosphärischen Wasserdampfes und der Kohlensäure, eine Temperaturinversion in einer Höhe von 10 530 m eintreten muß, was mit der Beobachtung vorzüglich übereinstimmt. Und noch weiter; es ist ihm gelungen, zu zeigen (wie schon unter I. erwähnt wurde), daß die jährlichen Temperaturoszillationen von der Erdoberfläche in die Höhe sich fortpflanzen, was bereits aus Beobachtungen konstatiert wurde. Er berechnet folgende Tabelle:

| | Höhe in km: 0.5 2 4 6 8 10 | | | | | | | |
|---|----------------------------|----|----|----|----|----|--|--|
| Amplitude der jährlichen Temperaturschwankung in Prozenten der Amplitude über dem Boden | 95 | 85 | 76 | 70 | 68 | 66 | | |
| Verpätung in Tagen hinter der Oszillation über dem Boden | 3 | 9 | 16 | 20 | 22 | 23 | | |

¹⁾ F. M. Exner, Dynamische Meteorologie, 1917, S. 61.

Another S. Mohorovičić's report on the first book (*Physikalische Berichte*, 2, 1921, 283–284)

M. Milankovitch. Théorie mathématique des phénomènes thermiques produits par la radiation solaire. Acad. Yougosl. d. scienc. de Zagreb. —

284

7. Wärme.

Minist. de l'instr. publ. du royaume d. Serb. Croat. et Slovèn. 340 S. Paris, Gauthier-Villars, 1920. Deutscher Auszug in Bull. d. südslaw. Akad. d. Wiss. in Zagreb 13/14, 27—33, 1920. Inhalt des Buches: Erster Teil: 1. Distribution de la radiation solaire à la surface des planètes, abstraction faite de leurs atmosphères. 2. Distribution de la radiation solaire à la surface des planètes, en tenant compte de leurs atmosphères. 3. Rapport entre l'insolation et la température des planètes, abstraction faite de leurs atmosphères. 4. Rapport entre l'insolation et la température des planètes, en tenant compte de leurs atmosphères. — Zweiter Teil: 1. Distribution de la radiation solaire à la surface du globe terrestre et son climat mathématique. 2. Variations séculaires de l'insolation et le problème paléoclimatique. 3. Recherches théoriques sur le climat de quelques planètes et sur le climat lunaire. Données bibliographiques, remarques et notes.

Der zweite Teil gibt unter anderem die numerischen Werte der mittleren jährlichen Temperaturen der verschiedenen geographischen Breiten. Diese Temperaturen unterscheiden sich von den aus den Beobachtungen berechneten dadurch, daß sie für die niedrigen Breiten etwas höher und für die höheren Breiten etwas niedriger sind. Der Unterschied rührt daher, daß der Verf. die Luft- und Meeresströmungen in die Rechnung nicht einbezogen hat. Dies hat aber keinen Einfluß auf die mittlere jährliche Temperatur der ganzen Erdoberfläche und der Atmosphäre, und die berechneten Werte stimmen mit den Beobachtungen vorzüglich überein. So berechnet der Verf. für die Höhe der großen Isothermschicht 10530 m, was den Beobachtungen entspricht.

Weiter betrachtet der Verf. ausführlich die säkulare Variation der Insolation und die astronomische Theorie der Eiszeit, dagegen wird das paläoklimatische Problem nur gestreift. Er findet, daß die mittlere jährliche Temperatur des Erdpoles $-34,8^{\circ}$ sich um $3,2^{\circ}$ vergrößern und um $4,2^{\circ}$ vermindern kann. Sehr bemerkenswert ist der Abschnitt über das Klima der vier inneren Planeten und des Mondes. Die Temperatur des Planeten Merkur oszilliert auf der der Sonne zugewandten Seite zwischen 300 und 450° , dagegen kann die Temperatur der Venus in keinem Falle 100° übersteigen (unter Voraussetzung einer verhältnismäßig kurzen Rotationsdauer). Für die Marsoberfläche findet der Verf. folgende obere Grenzen der mittleren jährlichen Temperatur:

| | | | | | | | | | | |
|------------------|----|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|
| Breite | 0 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90° |
| Temperatur . . | -3 | -4 | -7 | -12 | -18 | -27 | -38 | -46 | -51 | -52° |

Für unseren Mond berechnet der Verf. als mittlere Temperatur des Mondäquators $+12^{\circ}$.

S. MOHORVIČIĆ.

The large monograph
authored by M. Milanković (1)

KÖNIGLICH SERBISCHE AKADEMIE

KANON DER ERDBESTRAHLUNG
UND
SEINE ANWENDUNG
AUF
DAS EISZEITENPROBLEM

VON

M. MILANKOVITCH

ordentlichem Professor an der Universität in Belgrad, wirklichem Mitgliede
der königlich serbischen Akademie

BELGRAD 1941

The large monograph authored by M. Milanković (2)

— 440 —

worin M die über der Flächeneinheit gelagerten Masse der Atmosphäre bedeutet. Es ist wegen (12) $p(0) = p_0 g$, d. h. $p_0 = M$. Es ist deshalb $M = 1033,3 g$. Aus (12) und (13) folgt:

$$(137) \quad \frac{R}{g} = \frac{p_0}{\theta_0 \varrho_0},$$

worin $\varrho_0 = 1,293 \times 10^{-3} g$ pro cm^3 zu setzen ist, wodurch $\frac{R}{g}$ gegeben erscheint.

Zur Ermittlung des numerischen Wertes von k kann man sich der Gleichung (122) bedienen. Es folgt aus dieser Gleichung mit $x = 0$ und wegen (123) und (136)

$$(138) \quad 1 + kM = \frac{\theta_0^4}{\mu^4},$$

woraus mit Benützung der vorstehenden Angaben

$$(139) \quad k = 0,00245$$

olgt.

Mit Benützung der Gleichungen (132) bis (135) und der vorstehend mitgeteilten numerischen Werte der in diesen Gleichungen vorkommenden Konstanten habe ich die beiliegende Tabelle XIX berechnet, die den vertikalen Aufbau der im Strahlungsgleichgewicht befindlichen die Temperatur der untersten Luftschicht von $10,5^\circ C$ aufweisenden Atmosphäre veranschaulicht.

Anlässlich der Besprechung dieses zuerst in meiner „Théorie mathématique“ veröffentlichten Ergebnisses hat S. Mohorovičić¹⁾ zum besseren Vergleich der hier errechneten Temperaturen mit den tatsächlich beobachteten eine diesbezügliche Gegenüberstellung gemacht, die ich hier als Tabelle XX wiedergebe.

Durch die beiliegenden Tabellen wurde, im Gegensatz zu den bis dahin fasst allgemein herrschenden Ansichten, die vorherrschende Rolle des Strahlungsercheinungen im vertikalen Aufbau der Atmosphäre deutlich klargelegt; die noch vorhandenen Abweichungen zwischen Berechnung und Beobachtung rühren von der in der Theorie nicht berücksichtigten Luftbewegung und von der Anwesenheit des Wasserdampfes her, von der noch die Rede sein wird.

Aus der Tabelle XIX ergab sich noch folgendes. Vergleicht man, wie ich dies in meiner „Théorie mathématique“ getan habe, den durch diese Tabelle dargestellten Dichteaufbau der im Strahlungsgleichgewicht befindlichen Atmosphäre mit

¹⁾ Meteorol. Zeitschrift, 1921. S. 316.

— 442 —

Tabelle XX

Vergleich der theoretisch berechneten mit den tatsächlich beobachteten Temperaturen

| Höhe in km | 0 | 0,5 | 1 | 1,5 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Berechnete Temperatur | 10,5 | 7,0 | 4,1 | 1,2 | -1,5 | -6,9 | -11,8 | -16,9 | -22,0 | -26,4 |
| Beobachtete Temperatur | 10,5 | 7,4 | 4,9 | 2,5 | 0,1 | -5,0 | -10,7 | -16,9 | -23,7 | -30,8 |
| Höhe in km | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | |
| Berechnete Temperatur | -30,7 | -34,8 | -38,2 | -41,4 | -44,1 | -46,8 | -48,3 | -51,3 | -53,2 | |
| Beobachtete Temperatur | -38,0 | -44,4 | -49,6 | -52,8 | -54,2 | -54,4 | -54,4 | -54,3 | -54,0 | |

dem Dichteaufbau, wie er sich aus der Formel

$$\varrho = \varrho_0 e^{-\frac{x}{H}}$$

mit $H = 8000 m$ ergibt, so findet man, dass die Abweichungen zwischen diesen beiden die Dichteabnahme veranschaulichenden Gesetzen nicht gross sind, wodurch die Verwendung der vorstehenden Formel, wie sie im § 102 stattgefunden hat, als zulässig erkannt ist.

Durch die vorstehenden Ergebnisse erscheint auch die Brauchbarkeit der Formel (119) und des darin vorkommenden Zahlenwertes (139) zur Berechnung der solaren Temperaturen der Breitenkreise als erwiesen. Setzt man in diese Formel die Werte $A = 0,40$; $k = 0,0025$; $M = 1033,3 g$ ein, so bekommt man:

$$(140) \quad \sigma \theta_p^4(0) = 1,075 W_m.$$

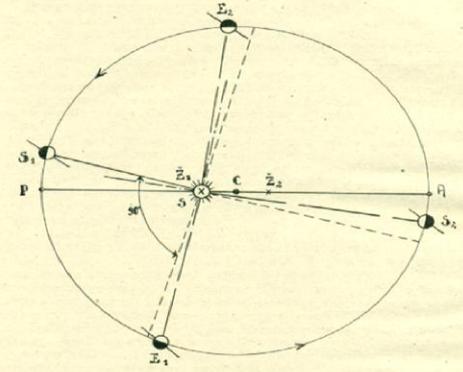
Diese Gleichung besagt, dass die solare Temperatur der untersten Luftschicht etwas höher ist als jene, die ein vollkommen schwarzer Erdboden bei Abwesenheit der Atmosphäre aufweisen würde, denn seine Oberflächentemperatur wäre aus der Formel

$$\sigma \theta_p^4 = W_m$$

zu berechnen.

S. Mohorovičić's overview of the theory of climate change (1944)

drutom udaljenosti.¹ Kada Zemlja dođe na svom putu oko Sunca do točke *P*, tada biti će Suncu najbliža, te točku *P* zovemo perihelijem. Naprotiv, kada Zemlja stigne pola godine kasnije u točku *A*, tada će biti najdalje od Sunca, pa točku *A* zovemo afelijem. Tako je primjerice dne 3. VII. 1944. u 6 sati (Sr. Ekv. Vr.) prošla naša Zemlja kroz tu od Sunca najudaljeniju točku, dok je kroz perihelij prošla Zemlja dne 4. siječnja 1944. u 19 sati (Sr. Ekv. Vr.).

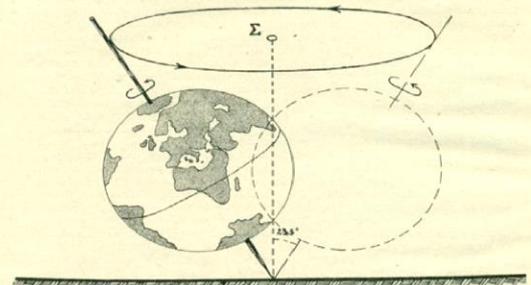


Sl. 1. Staza, u kojoj Zemlja obilazi oko Sunca

Odatle vidimo za našu sjevernu polutku prilično absurdno činjenicu, da je namne Zemlja ljeti udaljenija od Sunca, nego li zimi; za južnu polutku Zemlje vrijedi dakako obrnuto. N

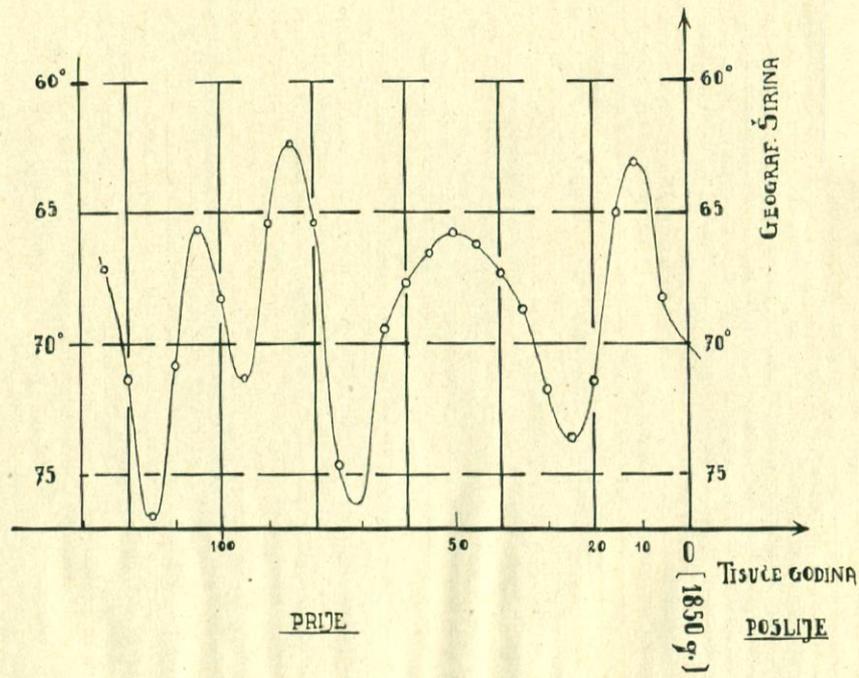
¹ Pod solarom konstanti jama po minuti, koja dohvaća 1 i li srednja godišnja solarna kon $I = I_0 \left(\frac{r}{r_0} \right)^2$, gdje je A srednja udaljenost.

Zemljina os nije uvijek jednako nagnuta na stazi, kojom Zemlja obilazi oko Sunca, jer se ravnina te staze polagano njiše od prilike za 1 stupanj; za jedan ovakvi njišaj (oscilaciju) treba od prilike 40,000 godina. Budući da zemljina os nastoji zadržati svoj smjer u svemiru usljed tromosti, to izlazi, da će se nagib osi mijenjati između 22½ i 24½ stupnjeva. Jer se ove promjene neprekidno zbivaju, to će se postepeno i trajno mjenjati opreke između ljeta i zime, i to istodolno na obim polutkama, a kroz to i naša klima (podneblje). Najveće razlike nastaju na 66 stupnju geografske (zemljopisne) širine. K tome pribolazi još činjenica, da se linearni ekscentricitet zemljine staze periodski mjenja, a trajanje jedne oscilacije iznosi 46,000 godina. Sto je veći linearni



Sl. 2. Model precesije Zemljine osi.

ekscentricitet, to su i veće razlike udaljenosti Zemlje od Sunca u periheliju i afeliju. To dovodi sa sobom i veću razliku primitka na toplini, jer kako smo vidjeli, primljena energija opada kvadratom udaljenosti; osim toga dovodi to i do veće razlike u trajanju zimskog i ljetnog polugodišta. Djelovanje je dakako suprotno na obim polutkama Zemlje, to jest na sjevernoj i na južnoj poluti. No to nije još sve: našu Zemlju, koja se vrti (rotira) oko osi, možemo shvatiti zvrkom (gl.Sliku 2.), a svakome je poznato, da se os zvrka neprekidno pomije i opisuje stožac. Teme je uzrok, što postoji sila, koja nastoji zvrk prevratiti. Tako je i kod naše Zemlje privlačna sila Sunca nastoji os Zemlje uzpraviti, a os reagira gibanjem, koje je okomito na taj smjer. Tako i zemljina



Sl. 3. Promjene klime 70-te sjev. uzporednice sve do prije 125 tisuća godina.

A review paper by S. Mohorovićić (*Nauka i tehnika*, 3/4, 1947, 271–280)

271

мину, ослањајући се на V књигу Папоса, која садржи проширење Зенодорових изопериметричких ставова на просторне облике. Тако је Кеплер после старих Грка први наста-вио решавање екстремалних и изопериметричких проблема. Сазнао је тачно главно обележје максимума (и минимума) неке променљиве величине, с примедбом да је разлика између ње и непосредно претходне и наредне вредности до извесног степена не приметна.

Помоћу овог става можемо лако овај најпростији изопериметрички проблем аналитичким путем решити. Дата је половина обима а правоугаоне фигуре. Пита се за коју ће дужину x једне стране правоугаоник имати највећу површину? Површина правоугаоника је $x(a-x)$; ако са ε означимо врло мали прираштај величине x добићемо максималну величину површине према горњем ставу из једначине

$$x(a-x) = (x+\varepsilon)(a-x-\varepsilon) \quad \text{или} \quad ax - x^2 = ax + a\varepsilon - x^2 - x\varepsilon - \varepsilon^2 \quad \text{и пошто}$$

скратимо $0 = a - 2x - \varepsilon$

Како ε може произвољно мало бити то је и $0 = a - 2x$, или $x = \frac{a}{2}$. Од свих правоугаоника истог обима $2a$ има квадрат

највећу површину. У овом поступку лежи већ клица диференцијалног рачуна.

Напоменимо још да је Кеплер имао већ јасно схватање принципа једнакости акције и реакције што га је 70 година доцније Њутн формулисао као трећи закон кретања.

(Наставиће се)

НАЈНОВИЈЕ ТЕКОВИНЕ НАУКЕ И ТЕХНИКЕ

Проф Д-р Стјепан Мохоровић (Загреб)

Миланковићево дело у астрономији и климатологији

Калибар неког научника-истраживача можемо мерити прво, по опсегу и величини проблема, с којима се бавио, и друго, по резултатима његовог истраживачког рада, то јест по ономе, што је позитивно и трајно дао науци и чиме је унапредило било непосредно било посредно науку, научно схватање и назирање. Велики научници светског гласа, који су решили и најтеже проблеме и прокрчили нове путеве, те отворили широке видике у науци, доста су ретки; налазимо

272

их мало и код великих просвећених народа, те су они и понос и дика сваког народа из којег су поникли и у којему су деловали. С временом постану овакви великани својиним читавог културног света и дивним светионицима у тада још неистраженим пределима делатности човечијег ума. Једно од најзнатнијих подручја науке, на којему се оснива читава данашња материјална цивилизација, а делом и назор о свету, јесте с једне стране физика и с њоме сродне астрономија, хемија и техника, а с друге стране математика и филозофија; све ове науке се данас испреплићу, те је готово немогућно једну од друге потпуно оделити. И управо су овде дали југословенски народи огроман допринос опћем прогресу, јер су из њихове средине и из њихове крви никли такови великани-истраживачи, од којих су неки већ постали својиним читавог културног света, те неке не са правом својатају било други народи, било се прећуткује или не зна да су они крв наше крви, деца наше лепе домовине. Од југословенских народа дали су најпре Хрвати доста великана, па ћемо споменути овде тек *Господетића* (Марк Аурел Де Доминис), проналазача рефрактора, затим *Геталдића* (Маринус Геталдус), великог геометра и проналазача рефлектора¹⁾, те *Руђа Бошковића*, великог астронома и филозофа, који се прославио са својим системом једноставне атомистике, који су потврдила модерна истраживања. Словенци су дали пре споменутих наука математичара Вегу и познатог физичара Стефана²⁾, који је открио изванредно важан закон зрачења (сијања). Међутим су и Срби у новије доба дали велике научнике светског калибра, као *Никола Тесла*, о чијем се епохалном раду и генијалним проналасцима код нас већ много писало; затим *М. Пулина*, који је међу иним пронашао калеме (узвојнице) за резонацију и тако омогућио телефонски саобраћај на велике удаљености; даље великог математичара *Михаила Петровића*, те у последње доба *Милутина Миланковића*, професора београдског универзитета, којег научни рад желимо овде приказати:

I. Славни енглески физичар и астроном *И. Њутн* први је математички формулирао силу привлачности небеских тела, те дао прве темеље математичке обраде механике неба и омогућио астрономима израчунавање стаза (орбита) планета, комета, сателита и компонената двоструких звезда.

¹⁾ Исп. на пр. С. Мохоровић: Марин Геталдић (Мариус Геталдус). К тристагодишњици његове смрти. (Архив за хемију и фарм. I. бр. 2.; Загреб 1927).

²⁾ О Веги и Стефану писао је на пр. Лав Чермељ у Гласнику проф. друштва, Београд.

Bibliography of publications authored by Stjepan Mohorovičić



Bakar, 1890 – Zagreb, 1980

GEOFIZIKA VOL. 32 2015

DOI: 10.15233/gfz.2015.32.4

Professional paper

UDC 550.31

Bibliography of papers, reports and books published by Stjepan Mohorovičić

Mirko Orlić and Iva Vrkić

University of Zagreb, Faculty of Science, Andrija Mohorovičić Geophysical Institute,
Zagreb, Croatia

Received 7 May 2015, in final form 26 May 2015

A bibliography of papers, reports and books authored by Stjepan Mohorovičić is compiled and is presented in this paper. The bibliography contains 440 entries grouped into five categories: scientific papers (89 entries), professional and popular papers (87 entries), data reports (69 entries), literature reports (189 entries), and monographs and books (6 entries). A significant fraction of the papers and reports were published in international journals. The list reveals that Stjepan Mohorovičić was one of the most versatile and productive scientists working in Croatia in the twentieth century, whereas a brief overview of the impact of his publications, also presented in this paper, shows that he was one of the most creative Croatian scientists as well. It is stressed that Stjepan Mohorovičić's output merits an in-depth evaluation and the bibliography is offered as the starting point for such an endeavor.

Keywords: bibliography, Stjepan Mohorovičić

1. Introduction

In the geophysical books and monographs published over the last hundred years or so often mentioned is not only the celebrated Croatian scientist Andrija Mohorovičić but also his son Stjepan Mohorovičić (Fig. 1). The latter's original approach to the determination of location of earthquake focus and the analysis of the structure of the Earth's interior is mentioned by Prey et al. (1922), Mainka (1923), Sieberg (1923), Gutenberg (1925, 1927, 1959), Jeffreys (1970), and Bullen and Bolt (1985). Often stressed is the fact that Stjepan Mohorovičić was among the first seismologists who confirmed Andrija Mohorovičić's discovery of discontinuity at a depth of about 50 km, but also that he detected additional discontinuities inside the crust (at the depths of 3.5 and 30–35 km), in the upper mantle (at the depths of 120 and 400 km), and in the lower mantle (at the depths of 1740, 2000, and 2500 km). Of particular interest is that Alfred Wegener men-

The large discovery made by S. Mohorovičić (1934)

1934 AN. . . . 253 93M

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

Band 253.

Nr. 6052.

4.

Möglichkeit neuer Elemente und ihre Bedeutung für die Astrophysik.¹⁾

Von *St. Mohorovičić*.

Die Experimentalphysik hat neuerdings einen großen Fortschritt erzielt, indem sie die elektrischen Atome mit positiver Ladung entdeckt hat. Diese neuen Elementarteilchen haben in der Literatur den Namen »Positron« erhalten. Es ist nicht uninteressant zu erwähnen, daß bereits der längst dahingeschiedene amerikanische Physiker und Philosoph *Arvid Reuterdahl* in seiner Atomtheorie²⁾ die freien elektrischen Atome mit positiver Ladung vorausgesetzt, in seine Rechnungen eingeführt und ihnen den Namen »Positron« erteilt hatte. Die experimentellen Untersuchungen haben also seine prophetischen Vermutungen glänzend bewiesen, besonders, da *Reuterdahl* voraussetzte, daß das Proton eigentlich ein zusammengesetztes Gebilde sei, nämlich Radion + Positron. Das Radion wäre der Träger der schweren Masse, und um ihn herum kreist in unmittelbarer Nähe ein Positron. Es war aber in seiner Theorie nur unverständlich, warum um Radion herum nicht auch ein Elektron kreisen konnte, d. h. warum wären die negativen Protonen nicht möglich. Es ist sehr merkwürdig, daß eine solche Möglichkeit neuerdings von *P. A. M. Dirac* zugelassen wird³⁾, und er schließt seinen Nobelvortrag mit den Worten: »Es ist dann durchaus möglich, daß auf einigen der Sterne gerade der entgegengesetzte Zustand herrscht, daß diese Sterne also im wesentlichen aus Positronen und negativen Protonen aufgebaut sind. In der Tat könnte gerade die Hälfte aller Sterne zur einen und die Hälfte zur anderen Art gehören. Beide Arten von Sternen würden genau dieselben Spektren zeigen, und es gäbe keine Möglichkeit, sie mit den gegenwärtigen astronomischen Verfahren zu unterscheiden.«

1. Es erhebt sich aber jetzt von selbst die Frage, was geschehen wird, wenn sich ein Positron und ein Elektron in großer Nähe begegnen. Es ist nämlich klar, daß sich — wegen der elektrischen Anziehung — die beiden Elementarteilchen um den gemeinsamen Schwerpunkt bewegen werden und so ein System bilden, das nach außen als ein neutrales System wirken würde. Ein solches System ist nichts anderes als ein Atom, welches alle Ähnlichkeiten mit einem Wasserstoffatom hätte, nur wäre es 920,5 mal leichter und ein solches »abarisches« Element werden wir »Electrum« nennen (Abkürzung: *E_c), da es nur aus zwei polaren elektrischen Elementarteilchen gebaut wäre (Abb. 1). Da Elektron und Positron dieselbe Masse m_e besitzen, so werden sich die beiden auf derselben Bahn bewegen und mit der Kraft

$$F = -e^2/4r_n^2 \quad (1)$$

anziehen. Dagegen wird die zentripetale Kraft

$$F' = -m_e \cdot v^2/r_n \quad (2)$$

und wegen der Gleichheit der beiden Kräfte ($F = F'$) wird

$$v^2 = \frac{1}{4} \cdot e^2/r_n \cdot e/m_e. \quad (3)$$

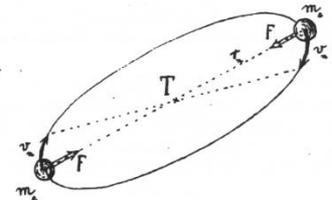


Fig. 1.

Da hier $v \ll c$, so ist $m_e \approx m_e^0$, und ich habe schon früher gefunden⁴⁾, daß

$$\frac{e}{m_e^0} = \frac{\rho c^2}{j \mu} = 5,224 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{3/2} \text{ g}^{-1/2} \text{ sec}^{-1} \quad (4)$$

wo ρ eine Konstante ist, d. h.

$$\left. \begin{aligned} \rho &= 1,068 \cdot 10 \\ j &= 1 \left[\frac{\text{El.-st. Einh.}}{\text{cm}} \right] = 1 \text{ cm}^{1/2} \text{ g}^{1/2} \text{ sec}^{-1} \\ \mu &= \frac{m_p^0}{m_e^0} = 1840 \end{aligned} \right\} (5)$$

und wo m_p^0 die Ruhemasse des Protons bedeutet. Nehmen wir $e = 4,774 \cdot 10^{-10} \text{ cm}^{3/2} \text{ g}^{1/2} \text{ sec}^{-1}$, so wird die lineare Geschwindigkeit der beiden Elementarteilchen

$$v = \frac{7,895 \cdot 10^3}{\sqrt{r_n}} \text{ cm sec}^{-1}. \quad (6)$$

Ist ω ihre Winkelgeschwindigkeit, so wird der Moment des Impulses gleich

$$\rho = M v r_n = M r_n^2 \omega \quad (7)$$

wo

$$M = 2 m_e \quad (8)$$

ist. Da die Bedingung der Quantentheorie lautet:

$$2\pi \rho = n h \quad (9)$$

1) Diese Arbeit wurde anlässlich des 50. Geburtstages des bekannten jugoslawischen Chemikers Herrn Prof. Dr. *Vladimir Njegovan* verfaßt.
 2) *A. Reuterdahl*: A Synthesis of Number, Space-Time and Energy and a Physical Basis for Planck's and Rydberg's Constants (The Acad. of Nat. Monographs, Sc. Ser. P. No. 1. Brooklyn 1923); The Physical Basis of the Constant Velocity of Light, with a Prologue by *E. Lee Heidenreich* (The Arya Scientific Monographs, Minneapolis, Minnesota 1929).
 3) *P. A. M. Dirac*: Theorie der Elektronen und Positronen (in *W. Heisenberg — E. Schrödinger — P. A. M. Dirac*: Die moderne Atomtheorie. Die bei der Entgegennahme des Nobelpreises 1933 in Stockholm gehaltenen Vorträge, Leipzig 1934).
 4) *S. Mohorovičić*: Ein Beitrag zur Materiewellen- und Quantentheorie. »Arhiv za hemiju i farm.« III, br. 4, S. 141–168, Zagreb 1929 (S. 151).

The acknowledgement of priority (Martin Deutsch, 1953)

